

## Résumé

### MODALITÉS DE RESSOURCE ET CONTRÔLE EN LOGIQUE TENSORIELLE

Cette thèse présente la logique tensorielle, une version primitive de la logique linéaire où la négation involutive est remplacée par une négation tensorielle. Pour illustrer ce point de vue, nous reformulons les espaces cohérents et les espaces de finitude comme deux modèles de logique linéaire obtenus à partir d'un même modèle de logique tensorielle dont on fait varier la négation. La sémantique de la logique tensorielle est pour nous avant tout catégorique, construite autour des notions de catégorie de dialogue et de modalité de ressource. Nous en donnons un modèle inspiré des jeux de Conway où tous les connecteurs, en particulier les modalités de ressource, sont interprétées de manière non dégénérée. Afin de construire ces modalités de ressource de façon plus automatique, nous développons un cadre pour le calcul des algèbres libres d'une  $T$ -théorie enrichie. Cette construction, basée sur la notion d'équipement en distributeurs, repose sur deux propriétés : l'une de nature combinatoire, l'opéradicité ; l'autre de nature algébrique, la complétude algébrique. Nous présentons ensuite un modèle de jeux équipé d'une trace et d'une notion de multiparenthésage. Le contrôle obtenu par le multiparenthésage est alors vu comme une gestion des ressources. Nous utilisons ce modèle pour interpréter un langage avec références d'ordre supérieur. Nous nous tournons enfin vers des sémantiques de plus bas niveau. Dans un premier temps, nous étudions la structure multicatégorique induite par une catégorie de dialogue. Cela nous amène à définir les multicatégories de contrôle. Dans un second temps, nous formalisons en Coq une propriété de sûreté par le typage d'un compilateur vers un langage assembleur. Cette formalisation repose sur la définition d'une sémantique relationnelle des états de la mémoire dont la structure est inspirée des catégories de dialogue.

**Mots clés :** Logique tensorielle – Modalités de ressource – Sémantique des jeux – Équipement en distributeur – Bicatégorie des algèbres relâchées – Multiparenthésage – Multicatégorie de contrôle – Sûreté d'un compilateur par sémantique des types

---

## Abstract

### RESOURCE MODALITIES AND CONTROL IN TENSORIAL LOGIC

This thesis presents tensorial logic, a primitive version of linear logic where involutive negation is replaced by tensorial negation. As an illustration, we reformulate coherent spaces and finiteness spaces as two different models of linear logic obtained from the same model of tensorial logic by changing the negation. Tensorial logic semantics is, from our point of view, categorical and built on the notions of dialogue category and resource modalities. We provide a mild extension of Conway games that models tensorial logic and where all connectors, and in particular resource modalities, are interpreted in non-degenerate fashion. In order to construct resource modalities more automatically, a framework for computing the free algebras of an enriched  $T$ -theory is developed. This construction, based on the notion of proarrow equipment, relies on two properties: a combinatorial one, operadicity; and an algebraic one, algebraic completeness. Next, a game model equipped with a trace operator and a notion of multibracketing is presented. The control obtained from multibracketing is seen as a resource policy. This model is used to interpret a language with higher order references. Finally, we consider lower level semantics. We begin with studying the multicategorical structure induced by a dialogue category; this leads us to define control multicategories. We then formalize a semantic type safety for a compiler (assembly code) in Coq. This formalization depends upon the definition of a relational semantics for memory states whose structure is inspired by dialogue categories.

**Keywords :** Tensorial logic – Resource modalities – Game semantics – Proarrow equipment – Bicategory of lax algebras – Multibracketing – Control multicategory – semantic type safety for a compiler